

1. Диаметр основания конуса 6 см, площадь осевого сечения  $12 \text{ см}^2$ . Найдите объем цилиндра, имеющего тот же диаметр основания и одинаковую с конусом величину боковой поверхности.

2. Цилиндр и конус имеют общее основание радиусом  $6\sqrt{3}$  см. Угол при вершине осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если известно, что он имеет равный объем с конусом.

3. Основание пирамиды  $MABCD$  — ромб  $ABCD$  с диагоналями  $BD = 6, AC = 8$ . Все боковые грани пирамиды образуют с основанием угол, синус которого равен  $\frac{5}{13}$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

4. Основанием пирамиды  $MABCD$  является трапеция  $ABCD$  с прямым углом  $A$  и основаниями  $BC = 3, AD = 6$ . Все боковые грани пирамиды образуют с основанием угол, синус которого равен  $0,6$ . Найдите объем пирамиды.

5. Верхнее основание  $R_1S_1T_1$  прямой треугольной призмы  $RSTR_1S_1T_1$  является правильным треугольником, площадь которого равна  $\sqrt{3}$ . Через прямую  $RS$  проведена секущая плоскость составляющая с основанием угол, равный  $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{4}$ . Найдите радиус окружности, описанной около получившегося в сечении треугольника.

6. Длина высоты основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна  $\sqrt{3}$ . Через прямую  $AB$  проведена секущая плоскость, составляющая с основанием угол, равный  $\arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите высоту треугольника, получившегося в сечении, проведенную из вершины  $A$ .

7. В правильную четырехугольную пирамиду вписана сфера, центр которой делит высоту пирамиды в отношении  $5 : 3$ , считая от вершины. Найдите площадь сферы, если сторона основания пирамиды равна 18.

8. На поверхности шара даны три такие точки  $A, B$  и  $C$ , что  $AB = 7, BC = 24, AC = 25$ . Центр шара находится на расстоянии  $\frac{5\sqrt{11}}{2}$  от плоскости  $ABC$ . Найдите объем шара.

9. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см и составляет угол  $60^\circ$  с плоскостью боковой грани. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

10. Угол между высотой правильной треугольной пирамиды и плоскостью ее боковой грани равен  $45^\circ$ , апофема пирамиды равна 4 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

11. Металлический шар радиуса  $R$  переплавлен в конус, боковая поверхность которого в два раза больше площади его основания. Найдите высоту конуса.

12. Квадрат боковой поверхности медного конуса вдвое больше квадрата площади основания конуса. Высота конуса равна  $H$ . Конус переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

13. Найдите объем конуса, боковая поверхность которого представляет собой круговой сектор с углом  $120^\circ$  и радиусом, равным 12 см.

14. Найдите величину угла кругового сектора, представляющего собой развертку боковой поверхности конуса с образующей, равной 8 см, если боковая поверхность конуса в 4 раза больше площади его основания.

15. Осевое сечение конуса представляет собой треугольник с углом  $\alpha$  при вершине и радиусом описанной вокруг него окружности  $R$ . Найдите объем конуса.

16. Осевое сечение конуса представляет собой треугольник с углом при основании  $\beta$  и радиусом вписанной в него окружности  $r$ . Найдите объем конуса.

17. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 14 см и диагональю 15 см. Две боковые грани призмы — квадраты. Найдите площадь поверхности и объем призмы.

18. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция. Площадь диагонального сечения призмы —  $320 \text{ см}^2$ , а площади параллельных боковых граней — 176 и  $336 \text{ см}^2$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

19. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ , а апофема равна  $\sqrt{15}$  дм.

20. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ , а апофема равна  $3\sqrt{5}$  дм.

21. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, объем которой равен  $\alpha$ , если боковое ребро пирамиды равно стороне основания.

22. Объем треугольной пирамиды, у которой все ребра равны, равен  $b$ . Найдите ребро пирамиды.

23. Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен  $30^\circ$ . Точка  $B$  находится на расстоянии  $(2 - \sqrt{3})$  см от плоскости  $\alpha$  и 2 см от плоскости  $\beta$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .

24. Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен  $60^\circ$ . Точка  $M$  находится на расстоянии 2 см от плоскости  $\alpha$  и  $(\sqrt{3}-1)$  см от плоскости  $\beta$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .

25. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 8 см, диагонали которой перпендикулярны боковым сторонам. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ . Вычислите объем пирамиды.

26. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 8 см. Все боковые грани пирамиды наклонены к ее основанию под углом  $30^\circ$ . Вычислите объем пирамиды.

27. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 10 см. Расстояние от стороны основания до противоположной боковой грани равно  $5\sqrt{3}$ . Найдите объем пирамиды.

28. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 2 см. Расстояние от стороны основания до противоположной боковой грани равно  $\sqrt{3}$  см. Найдите объем пирамиды.

29. Прямоугольный треугольник с катетами  $\sqrt{2}$  и  $\sqrt{7}$  вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.

30. Прямоугольный треугольник с катетами  $\sqrt{5}$  и  $\sqrt{11}$  вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.

31. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол  $30^\circ$ . Найдите объем призмы, если сторона основания равна  $\sqrt{2}$  см.

32. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 6 и 4 см, угол между ними равен  $30^\circ$ . Диагональ большей боковой грани равна 10 см. Найдите объем параллелепипеда.

33. Высота прямой четырехугольной призмы равна 8 см, а ее диагонали составляют с плоскостью основания углы  $60^\circ$  и  $45^\circ$ . Угол между диагоналями основания призмы равен  $60^\circ$ . Найдите объем призмы.

34. Высота прямой четырехугольной призмы равна 6 см, а ее диагонали составляют с плоскостью основания углы  $45^\circ$  и  $30^\circ$ . Угол между диагоналями основания призмы равен  $30^\circ$ . Найдите объем призмы.

35. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с углом при вершине  $90^\circ$  и большей стороной 8 см, все двугранные углы при ребрах основания равны по  $30^\circ$ . Найдите высоту и площадь полной поверхности пирамиды.

36. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 5, 5 и 8 см, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите высоту пирамиды и площадь ее боковой поверхности.

37. Основанием прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб,  $\angle BAD=60^\circ$ . Высота призмы равна 12 см. Расстояние от вершины  $D_1$  до прямой  $AC$  равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

38. В прямой призме  $ABCA_1 B_1 C_1$   $AC = BC = 10$  см и  $\angle ABC = 30^\circ$ . Расстояние от вершины  $C_1$  до прямой  $AB$  равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

39. Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны  $3\sqrt{2}$  см<sup>2</sup> каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

40. Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны  $5\sqrt{2}$  см<sup>2</sup> каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

41. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Наибольшее расстояние между вершинами призмы равно  $b$ . Найдите объем призмы.

42. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, меньшая диагональ которого равна  $m$ , а острый угол  $\beta$ . Наибольшее расстояние между вершинами параллелепипеда равно  $n$ . Найдите объем параллелепипеда.

43. Около конуса описана правильная треугольная пирамида, длина каждого ребра которой равна  $b$ . Найдите угол при вершине осевого сечения конуса и объем конуса.

44. Около конуса описана правильная четырехугольная пирамида, длина каждого ребра которой равна  $a$ . Найдите угол наклона образующей конуса к плоскости основания и объем конуса.

45. Найдите площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания, равную 8 см, и середину апофемы противоположной грани, если длина апофемы — 8 см.

46. Найдите площадь сечения треугольной пирамиды, у которой все ребра равны, плоскостью, проходящей через сторону основания, равную 18 см, и точку, делящую апофему пирамиды в отношении 2 : 1, считая от вершины.

47. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к основанию пирамиды.

48. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к основанию.

49. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно 5 см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .

50. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно  $\sqrt{13}$  см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .

51. Развертка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом  $90^\circ$ . Найдите объем конуса, если радиус основания конуса равен 1 дм.

52. Развертка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом  $60^\circ$ . Найдите объем конуса, если образующая конуса равна 6 дм.

53. Высота конуса равна  $h$ , расстояние от центра основания конуса до его образующей  $m$ . Выразите через  $m$  и  $h$  объем конуса.

54. Радиус основания конуса равен  $r$ , расстояние от центра основания конуса до его образующей равно  $k$ . Выразите через  $r$  и  $k$  площадь боковой поверхности конуса.

55. Найдите объем правильной треугольной призмы со стороной основания 8 см, если расстояние от вершины одного основания до противоположной стороны другого основания равно  $2\sqrt{37}$  см.

56. Найдите площадь боковой поверхности призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой 12 см и углом  $60^\circ$ , если расстояние от меньшего катета в нижнем основании призмы до противоположной вершины верхнего основания призмы равно 11 см.

57. Основание пирамиды — правильный треугольник. Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом  $\beta = \arctg 2$ . Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 3 см.

58. Основание пирамиды — правильный треугольник. Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом  $\beta = \arctg 3$ . Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 2 см.

59. Большая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 12 см и образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объем треугольной призмы, вершины которой являются вершинами оснований данной шестиугольной призмы, взятыми через одну.

60. Меньшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна  $4\sqrt{3}$  см и образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объем треугольной призмы, вершины которой являются серединами сторон основания данной шестиугольной призмы, взятыми через одну.

61. Объем треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и высотой  $SO$  равен  $V$ . Точка  $S$  — середина отрезка  $OS_I$ ,  $MN$  — средняя линия треугольника  $ABC$ ,  $MN \parallel AB$ . Найдите объем пирамиды  $S_I MNC$ .

62. Объем треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и высотой  $SO$  равен  $V$ . Точка  $S_I$  — середина высоты пирамиды,  $BM$  — медиана треугольника  $ABC$ . Найдите объем пирамиды  $S_I ABM$ .

63. Основание пирамиды — квадрат со стороной  $a$ . Одна из боковых граней пирамиды перпендикулярна плоскости основания, а две смежные с ней боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найдите объем пирамиды.

64. Основание пирамиды — квадрат. Одна из боковых граней пирамиды перпендикулярна плоскости основания, а две смежные с ней боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Высота пирамиды равна  $H$ . Найдите объем пирамиды.

65. Треугольник со сторонами 13, 14 и 15 см вращается вокруг средней стороны. Найдите объем тела вращения.

66. Треугольник со сторонами 30, 25 и 25 см вращается около стороны, равной 25 см. Найдите объем тела вращения.

67. Радиус основания конуса равен 1 дм, а угол развертки его боковой поверхности равен  $90^\circ$ . Вычислите полную поверхность конуса.

68. Образующая конуса равна 6 дм, а угол развертки его боковой поверхности равен  $60^\circ$ . Вычислите объем конуса.

69. Развертка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом  $120^\circ$ . Найдите объем конуса, если периметр его осевого сечения равен 16 см.

70. Развертка боковой поверхности конуса — полукруг. Площадь осевого сечения конуса равна  $9\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Найдите объем конуса.

71. Сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противоположного бокового ребра, перпендикулярно этому ребру. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности пирамиды равна  $8\sqrt{3}$ .

72. Сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противоположащего бокового ребра, перпендикулярно этому ребру. Найдите площадь сечения, если площадь боковой поверхности пирамиды равна  $6\sqrt{3}$ .

73. Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), у которого  $AB = 3\sqrt{2}$  и  $\angle B = 45^\circ$ . Диагональ  $B_1C$  боковой грани составляет с плоскостью  $AA_1B_1$  угол  $30^\circ$ . Найдите объем призмы.

74. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 9 и 21 и диагональю 17. Ровно две боковые грани призмы — квадраты. Найдите площадь поверхности и объем призмы.

75. Площадь осевого сечения усеченного конуса равна 36. Площадь его верхнего основания в 4 раза меньше площади нижнего, а диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Найдите объем конуса, основание которого совпадает с большим основанием данного усеченного конуса, а вершина — с центром меньшего основания.

76. Площадь осевого сечения усеченного конуса равна 144, а диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Площадь верхнего основания конуса в 9 раз меньше площади нижнего. Найдите объем конуса, основание которого совпадает с меньшим основанием данного усеченного конуса, а вершина — с центром большего основания.

77. Отрезок  $AB$  является стороной параллелограмма  $ABCD$  и гипотенузой прямоугольного треугольника  $ABP$ . Плоскости этих фигур образуют прямой двугранный угол. Известно, что  $AP = 20$ ,  $BP = 15$ ,  $BC = 9$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ . Найдите расстояние от вершины  $P$  до вершины  $C$ .

78. Плоскости параллелограмма  $ABCD$  и прямоугольного треугольника  $ABP$  взаимно перпендикулярны. Известно, что  $AP = 30$ ,  $BP = 40$ ,  $AD = 32$ ,  $\angle APB = 90^\circ$  и  $\angle ADC = 60^\circ$ . Найдите расстояние между точками  $P$  и  $C$ .

79. Шар касается сторон треугольника  $ABC$ , где  $AB = 4$ ,  $BC = 5$  и  $AC = 7$ . Расстояние от центра  $O$  шара до плоскости  $ABC$  равно  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ . Найдите объем шара.

80. Шар касается сторон треугольника  $ABC$ , у которого  $AB = 14$ ,  $AC = 9$  и  $BC = 13$ . Расстояние от центра  $O$  шара до плоскости  $ABC$  равно  $\sqrt{6}$ . Найдите площадь поверхности шара.

81. Основание пирамиды  $PABCD$  — ромб  $ABCD$  с диагоналями  $BD = 12$  и  $CA = 16$ . Все боковые грани пирамиды образуют с основанием острый угол, синус которого равен  $\frac{4}{5}$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

82. Площадь основания  $ABC$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна  $\sqrt{3}$ . Через прямую  $AC$  проведена секущая плоскость, пересекающая ребро  $BB_1$  в точке  $K$  и составляющая с прямой  $BB_1$  угол, равный  $\arcsin \frac{1}{4}$ . Найдите радиус  $R$  окружности, описанной около треугольника  $AKC$ . В ответе запишите значение выражения  $8\sqrt{3}R$ .

83. Площадь основания  $ABC$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна  $4\sqrt{3}$ . Через прямую  $AC$  проведена секущая плоскость, пересекающая ребро  $BB_1$  в точке  $K$  и составляющая с прямой  $BB_1$  угол, равный  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$ . Найдите радиус  $R$  окружности, описанной около треугольника  $AKC$ . В ответе запишите значение выражения  $4\sqrt{2}R$ .

84. В прямой призме  $ABCA_1B_1C_1$   $AC = BC = 12$  см и  $\angle ABC = 45^\circ$ . Расстояние от вершины  $C_1$  до прямой  $AB$  равно 11 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

85. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 10, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ . Вычислите объем  $V$  пирамиды. В ответе запишите значение  $\sqrt{3}V$ .

86. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 3 и 5, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом  $30^\circ$ . Вычислите объем  $V$  пирамиды. В ответе запишите значение  $3\sqrt{3}V$ .

87. Металлический шар радиуса  $R$  переплавлен в конус, площадь боковой поверхности которого в 2 раза больше площади его основания. Найдите высоту конуса.

88. Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен  $120^\circ$ . Высота конуса равна  $4\sqrt{2}$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

89. Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен  $120^\circ$ . Высота конуса равна  $2\sqrt{2}$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

90. Основанием пирамиды  $MABCD$  служит прямоугольник  $ABCD$ . Ребро  $MB$  перпендикулярно плоскости основания, а грани  $AMD$  и  $DMC$  составляют с основанием соответственно углы  $30^\circ$  и  $45^\circ$ . Высота пирамиды равна  $H$ . Найдите объем пирамиды.

91. Основанием пирамиды  $MABCD$  служит прямоугольник  $ABCD$ ,  $AB = a$ . Ребро  $MB$  перпендикулярно плоскости основания, а грани  $AMD$  и  $DMC$  составляют с основанием соответственно углы  $30^\circ$  и  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

92. На поверхности шара даны три такие точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , что  $AB = 8$ ,  $BC = 15$  и  $AC = 17$ . Центр шара находится на расстоянии  $\frac{\sqrt{35}}{2}$  от плоскости  $ABC$ . Найдите площадь поверхности шара.

93. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали равны 10 и 24. Плоскость сечения, проходящего через ребро верхнего и ребро нижнего оснований, не принадлежащих одной грани, составляет с основанием угол  $30^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда. В ответе запишите значение  $13\sqrt{3}V$ .

94. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали равны 6 и 8. Плоскость сечения, проходящего через ребро верхнего и ребро нижнего оснований, не принадлежащих одной грани, составляет с основанием угол  $60^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда. В ответе запишите значение  $5\sqrt{3}V$ .

95. Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен  $30^\circ$ . Точка  $B$  находится на расстоянии  $(2 - \sqrt{3})$  см от плоскости  $\alpha$  и 2 см от плоскости  $\beta$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .

96. Решите неравенство  $(\sqrt{2} + 1)^{\frac{6x+6}{x+1}} \leq (\sqrt{2} - 1)^{-x}$ .

97. Решите неравенство  $(2 + \sqrt{3})^{\frac{6-5x}{x}} \leq (2 - \sqrt{3})^{-x}$ .

98. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ,  $K$  и  $M$  — середины ребер  $AB$  и  $DC$  соответственно. Найдите угол между прямыми  $B_1 K$  и  $BM$ .

99. Сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противоположного бокового ребра, перпендикулярно этому ребру. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности пирамиды равна  $8\sqrt{3}$ .

100. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 8, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом  $30^\circ$ . Вычислите объем  $V$  пирамиды. В ответе запишите значение  $\sqrt{3}V$ .

101. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 4 и 8, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ . Вычислите объем  $V$  пирамиды. В ответе запишите значение  $\sqrt{3}V$ .

102. Найдите высоту  $H$  правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно ребру основания, если объем пирамиды равен  $V$ . В ответе запишите значение  $\sqrt{3}H^3$ .

103. Найдите боковое ребро  $b$  правильной треугольной пирамиды, у которой боковая грань равна основанию, если объем пирамиды равен  $V$ . В ответе запишите значение  $\sqrt{2}b^3$ .

104. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 10. Расстояние от стороны основания до плоскости противоположащей боковой грани равно  $5\sqrt{3}$ . Найдите объем  $V$  пирамиды. В ответе укажите значение  $\sqrt{3}V$ .

105. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 2. Расстояние от стороны основания до плоскости противоположащей боковой грани равно  $\sqrt{3}$ . Найдите объем  $V$  пирамиды. В ответе укажите значение  $\sqrt{3}V$ .

106. Высота прямого параллелепипеда равна 8, а его диагонали составляют с плоскостью основания углы  $60^\circ$  и  $45^\circ$ . Угол между диагоналями основания параллелепипеда равен  $60^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

107. Высота прямого параллелепипеда равна 6, а его диагонали составляют с плоскостью основания углы  $45^\circ$  и  $30^\circ$ . Угол между диагоналями основания параллелепипеда равен  $30^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

108. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 5, 5 и 8, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

109. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 10, 10 и 12, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

110. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, учитывая, что его диагональ равна  $2\sqrt{3}$  и составляет с одной боковой гранью угол, равный  $30^\circ$ , а с другой —  $45^\circ$ .

111. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, учитывая, что его диагональ равна  $2\sqrt{2}$  и составляет с одной боковой гранью угол, равный  $30^\circ$ , а с основанием —  $45^\circ$ .

112. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , длина ребра которого равна 2. Точка  $K$  середина ребра  $DD_1$ . Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B_1$  и  $K$ , и найдите его площадь.

113. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , длина ребра которого равна 4. Точка  $K$  — середина ребра  $A_1 D_1$ . Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $C$  и  $K$ , и найдите его площадь.

114. Найдите произведение корней уравнения  $\log_2^2 x + (x - 1) \log_2 x + 2x - 6 = 0$ .

115. Найдите произведение корней уравнения  $\log_3^2 x + (x - 2) \log_3 x + 2x - 8 = 0$ .

116. Дан конус, высота которого равна 8. Определите, на каком расстоянии от плоскости основания конуса нужно провести плоскость, параллельную плоскости основания, чтобы этой плоскостью конус разделился на части, объёмы которых относятся как 3 : 5, считая от вершины конуса.

117. Дан конус, высота которого равна 10. Определите, на каком расстоянии от плоскости основания конуса нужно провести плоскость, параллельную плоскости основания, чтобы этой плоскостью конус разделился на части, объёмы которых относятся как 2 : 3, считая от вершины конуса.

118. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси и проходящей на расстоянии 3 от нее, если площадь полной поверхности цилиндра равна  $250\pi$ , а площадь боковой поверхности —  $200\pi$ .

119. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \sin x - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

принадлежащих промежутку  $[-\pi; 2\pi]$ .

120. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \sin x - \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

принадлежащих промежутку  $[-2\pi; \pi]$ .

121. Два цилиндра, высоты которых относятся как 4 : 9, имеют равные объёмы. Найдите отношение площадей боковых поверхностей данных цилиндров.

122. Два цилиндра, радиусы которых относятся как 2 : 3, имеют равные объёмы. Найдите отношение площадей боковых поверхностей данных цилиндров.

123. Найдите величину двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания  $2\sqrt{5}$  и боковым ребром, равным 5.

124. Найдите величину двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания  $2\sqrt{10}$  и боковым ребром, равным 10.

125. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, основания которой равны 8 и 4. Через большее основание трапеции и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость составляющая с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Площадь сечения равна 48. Найдите объём призмы.

126. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, основания которой равны 10 и 5. Через большее основание трапеции и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Площадь сечения равна 45. Найдите объём призмы.

127. Дана правильная треугольная пирамида  $PABC$ , у которой боковое ребро равно 7, ребро основания — 6; точка  $M$  — середина ребра  $PC$ . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $A$  и  $M$  параллельно ребру  $PB$  и найдите длину наибольшей стороны этого сечения.

128. Дана правильная треугольная пирамида  $PABC$ , у которой боковое ребро равно 14, ребро основания — 8; точка  $M$  — середина ребра  $PB$ . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $A$  и  $M$  параллельно ребру  $PC$  и найдите длину наименьшей стороны этого сечения.

129. В основании пирамиды лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 8. Все двугранные углы при ребрах основания равны  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

130. В основании пирамиды лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 10. Все двугранные углы при ребрах основания равны  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.