

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В прямой призме  $ABCA_1B_1C_1$   $AC = BC = 10$  см и  $\angle ABC = 30^\circ$ . Расстояние от вершины  $C_1$  до прямой  $AB$  равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
2. Осевое сечение конуса представляет собой треугольник с углом  $\alpha$  при вершине и радиусом описанной вокруг него окружности  $R$ . Найдите объем конуса.
3. Верхнее основание  $R_1S_1T_1$  прямой треугольной призмы  $RSTR_1S_1T_1$  является правильным треугольником, площадь которого равна  $\sqrt{3}$ . Через прямую  $RS$  проведена секущая плоскость составляющая с основанием угол, равный  $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{4}$ . Найдите радиус окружности, описанной около получившегося в сечении треугольника.
4. Высота прямой четырехугольной призмы равна 6 см, а ее диагонали составляют с плоскостью основания углы  $45^\circ$  и  $30^\circ$ . Угол между диагоналями основания призмы равен  $30^\circ$ . Найдите объем призмы.
5. Найдите площадь боковой поверхности призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой 12 см и углом  $60^\circ$ , если расстояние от меньшего катета в нижнем основании призмы до противолежащей вершины верхнего основания призмы равно 11 см.
6. Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны  $5\sqrt{2}$  см<sup>2</sup> каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
7. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см и составляет угол  $60^\circ$  с плоскостью боковой грани. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
8. Около конуса описана правильная треугольная пирамида, длина каждого ребра которой равна  $b$ . Найдите угол при вершине осевого сечения конуса и объем конуса.
9. Угол между высотой правильной треугольной пирамиды и плоскостью ее боковой грани равен  $45^\circ$ , апофема пирамиды равна 4 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
10. Осевое сечение конуса представляет собой треугольник с углом при основании  $\beta$  и радиусом вписанной в него окружности  $r$ . Найдите объем конуса.
11. Около конуса описана правильная четырехугольная пирамида, длина каждого ребра которой равна  $a$ . Найдите угол наклона образующей конуса к плоскости основания и объем конуса.
12. Разворотка боковой поверхности конуса — полукруг. Площадь осевого сечения конуса равна  $9\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Найдите объем конуса.
13. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, меньшая диагональ которого равна  $m$ , а острый угол  $\beta$ . Наибольшее расстояние между вершинами параллелепипеда равно  $n$ . Найдите объем параллелепипеда.
14. Прямоугольный треугольник с катетами  $\sqrt{5}$  и  $\sqrt{11}$  вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.
15. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно  $\sqrt{13}$  см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .
16. Высота прямой четырехугольной призмы равна 8 см, а ее диагонали составляют с плоскостью основания углы  $60^\circ$  и  $45^\circ$ . Угол между диагоналями основания призмы равен  $60^\circ$ . Найдите объем призмы.
17. Меньшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна  $4\sqrt{3}$  см и образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объем треугольной призмы, вершины которой являются серединами сторон основания данной шестиугольной призмы, взятыми через одну.
18. Основание пирамиды — квадрат со стороной  $a$ . Одна из боковых граней пирамиды перпендикулярна плоскости основания, а две смежные с ней боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найдите объем пирамиды.

- 19.** Основание пирамиды — квадрат. Одна из боковых граней пирамиды перпендикулярна плоскости основания, а две смежные с ней боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Высота пирамиды равна  $H$ . Найдите объем пирамиды.
- 20.** Найдите объем правильной треугольной призмы со стороной основания 8 см, если расстояние от вершины одного основания до противолежащей стороны другого основания равно  $2\sqrt{37}$  см.
- 21.** Основанием пирамиды  $MABCD$  является трапеция  $ABCD$  с прямым углом  $A$  и основаниями  $BC = 3$ ,  $AD = 6$ . Все боковые грани пирамиды образуют с основанием угол, синус которого равен 0,6. Найдите объем пирамиды.
- 22.** Найдите объем конуса, боковая поверхность которого представляет собой круговой сектор с углом  $120^\circ$  и радиусом, равным 12 см.
- 23.** В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Наибольшее расстояние между вершинами призмы равно  $b$ . Найдите объем призмы.
- 24.** Развертка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом  $120^\circ$ . Найдите объем конуса, если периметр его осевого сечения равен 16 см.
- 25.** Длина высоты основания правильной треугольной призмы  $ABC_1B_1C_1$  равна  $\sqrt{3}$ . Через прямую  $AB$  проведена секущая плоскость, составляющая с основанием угол, равный  $\arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите высоту треугольника, получившегося в сечении, проведенную из вершины  $A$ .
- 26.** Найдите площадь сечения треугольной пирамиды, у которой все ребра равны, плоскостью, проходящей через сторону основания, равную 18 см, и точку, делящую апофему пирамиды в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины.
- 27.** Объем треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и высотой  $SO$  равен  $V$ . Точка  $S_1$  — середина высоты пирамиды,  $BM$  — медиана треугольника  $ABC$ . Найдите объем пирамиды  $S_1ABM$ .
- 28.** Диаметр основания конуса 6 см, площадь осевого сечения  $12 \text{ см}^2$ . Найдите объем цилиндра, имеющего тот же диаметр основания и одинаковую с конусом величину боковой поверхности.
- 29.** Найдите площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания, равную 8 см, и середину апофемы противолежащей грани, если длина апофемы — 8 см.
- 30.** Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, объем которой равен  $\alpha$ , если боковое ребро пирамиды равно стороне основания.
- 31.** Металлический шар радиуса  $R$  переплавлен в конус, боковая поверхность которого в два раза больше площади его основания. Найдите высоту конуса.
- 32.** Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны  $3\sqrt{2} \text{ см}^2$  каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
- 33.** Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция. Площадь диагонального сечения призмы —  $320 \text{ см}^2$ , а площади параллельных боковых граней — 176 и  $336 \text{ см}^2$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.
- 34.** Радиус основания конуса равен  $r$ , расстояние от центра основания конуса до его образующей равно  $k$ . Выразите через  $r$  и  $k$  площадь боковой поверхности конуса.
- 35.** Разворотка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом  $90^\circ$ . Найдите объем конуса, если радиус основания конуса равен 1 дм.
- 36.** Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол  $30^\circ$ . Найдите объем призмы, если сторона основания равна  $\sqrt{2}$  см.
- 37.** В правильную четырехугольную пирамиду вписана сфера, центр которой делит высоту пирамиды в отношении  $5 : 3$ , считая от вершины. Найдите площадь сферы, если сторона основания пирамиды равна 18.
- 38.** Квадрат боковой поверхности медного конуса вдвое больше квадрата площади основания конуса. Высота конуса равна  $H$ . Конус переплавлен в шар. Найдите радиус шара.
- 39.** Основанием прямой призмы  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  является ромб,  $\angle BAD=60^\circ$ . Высота призмы равна 12 см. Расстояние от вершины  $D_1$  до прямой  $AC$  равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
- 40.** На поверхности шара даны три такие точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , что  $AB = 7$ ,  $BC = 24$ ,  $AC = 25$ . Центр шара находится на расстоянии  $\frac{5\sqrt{11}}{2}$  от плоскости  $ABC$ . Найдите объем шара.
- 41.** Треугольник со сторонами 13, 14 и 15 см вращается вокруг средней стороны. Найдите объем тела вращения.

- 42.** Прямоугольный треугольник с катетами  $\sqrt{2}$  и  $\sqrt{7}$  вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.
- 43.** Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно 5 см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .
- 44.** В правильной треугольной пирамиде боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к основанию пирамиды.
- 45.** Цилиндр и конус имеют общее основание радиусом  $6\sqrt{3}$  см. Угол при вершине осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если известно, что он имеет равный объем с конусом.
- 46.** Развертка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом  $60^\circ$ . Найдите объем конуса, если образующая конуса равна 6 дм.
- 47.** Объем треугольной пирамиды, у которой все ребра равны, равен  $b$ . Найдите ребро пирамиды.
- 48.** В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с углом при вершине  $90^\circ$  и большей стороной 8 см, все двугранные углы при ребрах основания равны по  $30^\circ$ . Найдите высоту и площадь полной поверхности пирамиды.
- 49.** Высота конуса равна  $h$ , расстояние от центра основания конуса до его образующей  $m$ . Выразите через  $m$  и  $h$  объем конуса.
- 50.** Основание пирамиды — правильный треугольник. Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом  $\beta = \arctg 2$ . Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 3 см.
- 51.** Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен  $60^\circ$ . Точка  $M$  находится на расстоянии 2 см от плоскости  $\alpha$  и  $(\sqrt{3} - 1)$  см от плоскости  $\beta$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .
- 52.** Стороны основания прямого параллелепипеда равны 6 и 4 см, угол между ними равен  $30^\circ$ . Диагональ большей боковой грани равна 10 см. Найдите объем параллелепипеда.
- 53.** Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ , а апофема равна  $3\sqrt{5}$  дм.
- 54.** В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 8 см, диагонали которой перпендикулярны боковым сторонам. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ . Вычислите объем пирамиды.
- 55.** Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 14 см и диагональю 15 см. Две боковые грани призмы — квадраты. Найдите площадь поверхности и объем призмы.
- 56.** Основание пирамиды  $MABCD$  — ромб  $ABCD$  с диагоналями  $BD = 6$ ,  $AC = 8$ . Все боковые грани пирамиды образуют с основанием угол, синус которого равен  $\frac{5}{13}$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 57.** Образующая конуса равна 6 дм, а угол развертки его боковой поверхности равен  $60^\circ$ . Вычислите объем конуса.
- 58.** Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ , а апофема равна  $\sqrt{15}$  дм.
- 59.** Объем треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и высотой  $SO$  равен  $V$ . Точка  $S$  — середина отрезка  $OS_I$ ,  $MN$  — средняя линия треугольника  $ABC$ ,  $MN \parallel AB$ . Найдите объем пирамиды  $S_I MNC$ .
- 60.** Большая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 12 см и образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объем треугольной призмы, вершины которой являются вершинами оснований данной шестиугольной призмы, взятыми через одну.
- 61.** Данна правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 2 см. Расстояние от стороны основания до противолежащей боковой грани равно  $\sqrt{3}$  см. Найдите объем пирамиды.
- 62.** В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 8 см. Все боковые грани пирамиды наклонены к ее основанию под углом  $30^\circ$ . Вычислите объем пирамиды.
- 63.** В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к основанию.
- 64.** Данна правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 10 см. Расстояние от стороны основания до противолежащей боковой грани равно  $5\sqrt{3}$ . Найдите объем пирамиды.
- 65.** В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 5, 5 и 8 см, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите высоту пирамиды и площадь ее боковой поверхности.

- 66.** Радиус основания конуса равен 1 дм, а угол развертки его боковой поверхности равен  $90^\circ$ . Вычислите полную поверхность конуса.
- 67.** Треугольник со сторонами 30, 25 и 25 см вращается около стороны, равной 25 см. Найдите объем тела вращения.
- 68.** Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен  $30^\circ$ . Точка  $B$  находится на расстоянии  $(2 - \sqrt{3})$  см от плоскости  $\alpha$  и 2 см от плоскости  $\beta$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .
- 69.** Основание пирамиды — правильный треугольник. Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом  $\beta = \arctg 3$ . Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 2 см.
- 70.** Найдите величину угла кругового сектора, представляющего собой развертку боковой поверхности конуса с образующей, равной 8 см, если боковая поверхность конуса в 4 раза больше площади его основания.