

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Шар касается сторон треугольника ABC , у которого $AB = 14$, $AC = 9$ и $BC = 13$. Расстояние от центра O шара до плоскости ABC равно $\sqrt{6}$. Найдите площадь поверхности шара.
2. Высота прямого параллелепипеда равна 8, а его диагонали составляют с плоскостью основания углы 60° и 45° . Угол между диагоналями основания параллелепипеда равен 60° . Найдите объем параллелепипеда.
3. Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб, $\angle BAD = 60^\circ$. Высота призмы равна 12 см. Расстояние от вершины D_1 до прямой AC равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
4. Сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противоположного бокового ребра, перпендикулярно этому ребру. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности пирамиды равна $8\sqrt{3}$.
5. Найдите объем конуса, боковая поверхность которого представляет собой круговой сектор с углом 120° и радиусом, равным 12 см.
6. Образующая конуса равна 6 дм, а угол развертки его боковой поверхности равен 60° . Вычислите объем конуса.
7. Около конуса описана правильная четырехугольная пирамида, длина каждого ребра которой равна a . Найдите угол наклона образующей конуса к плоскости основания и объем конуса.
8. Радиус основания конуса равен r , расстояние от центра основания конуса до его образующей равно k . Выразите через r и k площадь боковой поверхности конуса.
9. Развертка боковой поверхности конуса — полукруг. Площадь осевого сечения конуса равна $9\sqrt{3} \text{ см}^2$. Найдите объем конуса.
10. Найдите боковое ребро b правильной треугольной пирамиды, у которой боковая грань равна основанию, если объем пирамиды равен V . В ответе запишите значение $\sqrt{2}b^3$.
11. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно $\sqrt{13}$ см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 30° .
12. Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны $3\sqrt{2} \text{ см}^2$ каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
13. Металлический шар радиуса R переплавлен в конус, боковая поверхность которого в два раза больше площади его основания. Найдите высоту конуса.
14. Дана правильная треугольная пирамида $PABC$, у которой боковое ребро равно 7, ребро основания — 6; точка M — середина ребра PC . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки A и M параллельно ребру PB и найдите длину наибольшей стороны этого сечения.

15. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали равны 10 и 24. Плоскость сечения, проходящего через ребро верхнего и ребро нижнего оснований, не принадлежащих одной грани, составляет с основанием угол 30° . Найдите объем параллелепипеда. В ответе запишите значение $13\sqrt{3}V$.

16. Плоскости параллелограмма $ABCD$ и прямоугольного треугольника ABP взаимно перпендикулярны. Известно, что $AP = 30$, $BP = 40$, $AD = 32$, $\angle APB = 90^\circ$ и $\angle ADC = 60^\circ$. Найдите расстояние между точками P и C .

17. Два цилиндра, высоты которых относятся как 4 : 9, имеют равные объемы. Найдите отношение площадей боковых поверхностей данных цилиндров.

18. На поверхности шара даны три такие точки A , B и C , что $AB = 8$, $BC = 15$ и $AC = 17$. Центр шара находится на расстоянии $\frac{\sqrt{35}}{2}$ от плоскости ABC . Найдите площадь поверхности шара.

19. Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны $5\sqrt{2}$ см² каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

20. Основание пирамиды — правильный треугольник. Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом $\beta = \arctg 3$. Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 2 см.

21. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \sin x - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

принадлежащих промежутку $[-\pi; 2\pi]$.

22. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 8, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом 30° . Вычислите объем V пирамиды. В ответе запишите значение $\sqrt{3}V$.

23. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 30° . Найдите объем призмы, если сторона основания равна $\sqrt{2}$ см.

24. Площадь основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AC проведена секущая плоскость, пересекающая ребро BB_1 в точке K и составляющая с прямой BB_1 угол, равный $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$. Найдите радиус R окружности, описанной около треугольника AKC . В ответе запишите значение выражения $4\sqrt{2}R$.

25. Развертка боковой поверхности конуса — сектор с центральным углом 90° . Найдите объем конуса, если радиус основания конуса равен 1 дм.

26. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 5, 5 и 8 см, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом 45° . Найдите высоту пирамиды и площадь ее боковой поверхности.

27. Центральным углом в развертке боковой поверхности конуса равен 120° . Высота конуса равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь полной поверхности конуса.

28. Меньшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна $4\sqrt{3}$ см и образует с плоскостью основания угол 60° . Найдите объем треугольной призмы, вершины которой являются середины сторон основания данной шестиугольной призмы, взятыми через одну.

29. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали равны 6 и 8. Плоскость сечения, проходящего через ребро верхнего и ребро нижнего оснований, не принадлежащих одной грани, составляет с основанием угол 60° . Найдите объем параллелепипеда. В ответе запишите значение $5\sqrt{3}V$.

30. Прямоугольный треугольник с катетами $\sqrt{2}$ и $\sqrt{7}$ вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.