1. Из точки A к плоскости а проведены наклонные AB и AC, длины которых относятся как 5 : 6. Найдите расстояние от точки A до плоскости α, если проекции наклонных на эту плоскость равны 4 и $3\sqrt{3}$ см.

2. Из точки K к плоскости α проведены перпендикуляр KO и наклонные KM и KP. Сумма длин отрезков OM и OP равна 15 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости α, если KM = 15 см и $KP = 10\sqrt{3}$ см.

3. В шаре на расстоянии 4 см от центра проведено сечение, площадь которого равна 9π см^2. Найдите объем шара.

4. Площадь сферы равна 5π см^2. Длина линии пересечения сферы и секущей плоскости равна π см. Найдите расстояние от центра сферы до секущей плоскости.

5. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите объем пирамиды.

6. Высота правильной треугольной пирамиды равна $2\sqrt{3}$ см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол 60°. Найдите объем пирамиды.

7. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна $\sqrt{2}$ см, а ее диагональ составляет с плоскостью боковой грани угол 30°. Найдите объем призмы.

8. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 8 см^2, а ее диагональ составляет с плоскостью боковой грани угол 30°. Найдите объем призмы.

9. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10 см и образует с основанием угол, синус которого равен $\frac{3}{5}$. Найдите объем цилиндра.

10. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 13 см и образует с основанием угол, косинус которого равен $\frac{12}{13}$. Найдите объем цилиндра.

11. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны 1 и 3 см, а площадь боковой поверхности равна 32 см^2.

12. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны 2 и 3 см, а объем равен 30 см^3.

13. Объем правильной треугольной призмы равен $3\sqrt{3}$ см^3. Радиус окружности ,описанной около основания призмы, равен $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. Найдите высоту призмы.

14. Объем правильной треугольной призмы равен $18\sqrt{3}$ см^3, а ее высота равна 8 см. Найдите радиус окружности ,вписанной в основание призмы.

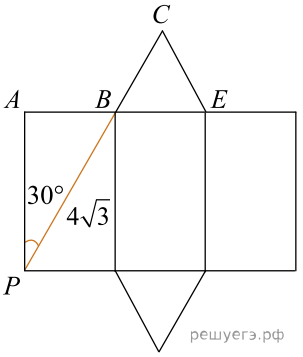
15. В прямоугольном треугольнике ABC катет AB =3 см, $\operatorname{tg}\angle A = \frac{4}{3}$. Из вершины B к плоскости этого треугольника проведен перпендикуляр BM. Найдите расстояние от точки M до гипотенузы AC, если BM =1см.

16. В прямоугольном треугольнике MNP катет MN =6 см, $\operatorname{tg}\angle P = \frac{3}{4}$. Из вершины N к плоскости этого треугольника проведен перпендикуляр FN. Найдите длину этого перпендикуляра, если расстояние от точки F до гипотенузы MP равно 5 см.

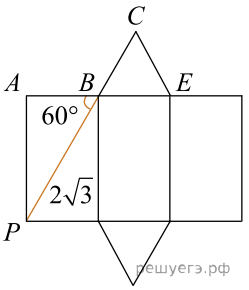
17. Площадь сечения шара равен 80πсм^2. Секущая плоскость удалена от центра шара на 8 см. Найдите радиус шара.

18. Линия пересечения сферы и плоскости имеет длину 12πсм. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости, если радиус сферы равен 8 см.

19. На рисунке изображена развертка правильной треугольной призмы. Используя данные рисунка, найдите площадь полной поверхности призмы.



20. На рисунке изображена развертка правильной треугольной призмы. Используя данные рисунка, найдите площадь полной поверхности призмы.



21. Площадь сечения шара плоскостью равна 16πсм^2. Найдите расстояние от секущей плоскости до центра шара, если радиус шара равен 5 см.

22. Шар радиусом 10 см пересечен плоскостью на расстоянии 7 см от центра. Вычислите площадь сечения.

23. В правильной треугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 6 и 3 см. Высота усеченной пирамиды равна $\frac{\sqrt{13}}{2}$. Найдите площадь боковой поверхности усеченной пирамиды.

24. В правильной треугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 8 и 10 см. Высота усеченной пирамиды равна $\frac{\sqrt{33}}{3}$. Найдите площадь боковой поверхности усеченной пирамиды.

25. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90^\circ$, а гипотенуза равна $6\sqrt{3}$ см. Через сторону AB и вершину C_1 проведено сечение. Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания, если длина бокового ребра призмы равна 3 см.

26. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90^\circ$. Через сторону AB и вершину C_1 проведено сечение, составляющее угол 60° с плоскостью основания. Найдите длину AB, если длина бокового ребра призмы равна 6см.

27. Высота цилиндра равна 6 см, а радиус его основания — 5 см. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, если она удалена от оси цилиндра на расстояние 4 см.

28. Радиус основания цилиндра равен 13 см. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, равна 80 см^2. Расстояние от плоскости сечения до оси цилиндра равно 12 см. Найдите высоту цилиндра.

29. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 30 см, а двугранный угол при ребре основания равен 45°.

30. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 6 см, если двугранный угол при ребре основания равен 45°.

31. Площадь сечения шара плоскостью в 8 раз меньше площади поверхности шара. Найдите расстояние от плоскости сечения до центра шара,если радиус шара равен $5\sqrt{2}$ см.

32. Площадь сечения шара плоскостью в 16 раз меньше площади поверхности шара. Найдите расстояние от плоскости сечения до центра шара,если радиус сечения равен 2 см.

33. Радиус основания конуса равен высоте конуса. Найдите объем и площадь поверхности конуса, если его образующая равна 12 см.

34. Высота конуса равна половине образующей конуса. Найдите объем и площадь поверхности конуса, если радиус его основания равен 10 см.

35. Прямоугольник со сторонами 2 и $\sqrt{\frac{18}{\pi}}$ см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объем полученной фигуры вращения.

36. Прямоугольник со сторонами $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ и 4 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем полученной фигуры вращения.

37. Найдите объем конуса, если его осевое сечение является равносторонним треугольником со стороной 4 см.

38. Найдите объем конуса, если его осевое сечение является равносторонним треугольником со стороной 2 см.

39. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а двугранный угол при основании равен $\operatorname{arctg} 2$. Найдите объем пирамиды.

40. Высота правильной треугольной пирамиды равна $\frac{1}{3}$ см, а боковая грань наклонена к основанию под углом, равным $\operatorname{arctg} 3$. Найдите объем пирамиды.

41. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а двугранный угол при ребре основания равен 45°. Найдите объем пирамиды.

42. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 8 см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите объем пирамиды.

43. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, угол между плоскостями боковой грани и основания равен 45°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

44. Плоскость боковой грани правильной треугольной пирамиды составляет угол 60° с основанием. Радиус окружности, описанной около основания, равен 4 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

45. Вычислите площадь поверхности шара, объем которого равен $\frac{256\pi}{3}$ дм^3.

46. Найдите объем шара, площадь поверхности которого равен 36π дм^2.

47. Высота и образующая конуса равны соответственно 4 и 5 м. Найдите объем конуса.

48. Радиус основания и образующая конуса равны соответственно 6 и 10 см. Найдите объем конуса.

49. Найдите объем конуса, у которого образующая равна $2\sqrt{3}$ м и наклонена к плоскости основания под углом 30°.

50. Найдите площадь боковой поверхности конуса, у которого высота равна $3\sqrt{2}$ см и составляет с образующей угол 45°.

51. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром, равным 30 см. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через ребро AA_1 и середину ребра BC. Найдите периметр сечения.

52. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро которого равно 12 см. Постройте сечение куба плоскостью α, проходящей через ребро CC_1 и середину ребра AB. Найдите периметр сечения.

53. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $10\sqrt{2}$ см и образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите объем параллелепипеда, если одна сторона его основания больше другой на 2 см.

54. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 6 и 8 см, площадь основания равна 48 см^2, одна из диагоналей параллелепипеда равна 26 см. Найдите площадь его боковой поверхности.

55. Образующая конуса равна периметру прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4 см и наклонена к основанию конуса под углом 30°. Вычислите объем конуса.

56. Высота конуса равна диагонали квадрата со стороной $4\sqrt{2}$ см и составляет с образующей конуса угол 60°. Найдите объем конуса.

57. Через точку A проведены две прямые, пересекающие две параллельные плоскости: плоскость α в точках M_1 и N_1 и плоскость β соответственно в точках M_2 и N_2. Вычислите AM_1, если $M_1N_1 : M_2N_2 = 2 : 3$, AM_2=14 см.

58. Найдите длину отрезка AB, который пересекается с плоскостью M так, что $AM : BM = 2 : 3$. Расстояние от точки B до плоскости равно 15 см, а отрезок AB пересекается плоскостью под углом 30°.

59. Концы отрезка находятся на расстоянии 3,5 и 6,5 м от плоскости по одну сторону от нее. Длина проекции отрезка на плоскость равна 4 м. Найдите длину отрезка.

60. Концы отрезка длиной 5 см находятся на расстояниях 12,25 и 8,25 см от плоскости по одну сторону от нее. Найдите длину проекции данного отрезка на эту плоскость.

61. Радиус основания цилиндра равен 13 см, высота — 24 см. На каком расстоянии от оси цилиндра следует провести сечение, параллельное оси цилиндра, чтобы оно имело форму квадрата?

62. В цилиндре параллельно его оси на расстоянии 6 см от нее проведено сечение, имеющее форму квадрата площадью 64 см^2. Найдите радиус основания цилиндра.

63. Угол между образующей конуса и высотой равен $\frac{\pi}{6}$. Расстояние от середины образующей до центра основания — 12 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

64. Образующая конуса составляет с плоскостью основания угол $\frac{\pi}{3}$. Расстояние от центра основания до образующей равно 8 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

65. Найдите площадь диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды со стороны 7 м, если ее объем равен 98 м^3.

66. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4 м, а плоский угол при вершине пирамиды равен 60°.

67. Длины двух сторон осевого сечения конуса равны 6 и 12 см. Найдите площадь сечения конуса плоскостью, которая проходит через вершину конуса и хорду основания, стягивающую дугу в 60°.

68. Один из углов осевого сечения конуса равен 90°. Хорда основания конуса, которая равна $8\sqrt{3}$ см, стягивает дугу в 120°. Найдите площадь сечения конуса плоскостью, которая проходит через вершину конуса и данную хорду основания.

69. Ребро куба равно диагонали другого куба. Найдите отношение их объемов.

70. Ребро куба равно диагонали грани другого куба. Найдите отношение их объемов.

71. Найдите нули функции $f(x) = 3\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + \sqrt{3}$.

72. Найдите нули функции $f(x) = 3\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{9}\right) + \sqrt{3}$.

73. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x$ в точке A (0; 0).

74. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$ в точке B (1; 3).

75. Решите неравенство $\log_{0,5}(x^2 - 3x) \geqslant \log_{0,5}(2x - 4)$, учитывая область определения и свойство монотонности логарифмической функции.

76. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}\left(9 - x^2\right) \geqslant \log_{\frac{1}{2}}(4x + 4)$, учитывая область определения и свойство монотонности логарифмической функции.

77. Найдите все решения неравенства $\log_3(x^2 + 2x) < 1$.

78. Найдите все решения неравенства $\log_3(x^2 - 2x) < 1$.

79. Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = x^3 + 4x^2$.

80. Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = x^3 - 2x^2$.

81. В шаре на расстоянии 3 см от центра проведено сечение, площадь которого равна 16 π см^2. Найдите объем шара.

82. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12 см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45°. Найдите объем пирамиды.

83. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y=\cos 4x\cos x-\sin 4x\sin x$ и $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

84. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y=\cos 5x\cos x+\sin 5x\sin x$ и $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

85. Площади поверхностей двух шаров относятся как 9 : 16. Найдите отношение их объемов.

86. Объемы двух шаров относятся как 8 : 27. Найдите отношение площадей их поверхностей.

87. Найдите площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны 2 см и 3 см, а объем равен 30 см^3.

88. Решите уравнение $\sin^2 4x-\cos^2 4x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

89. Решите уравнение $\sin^2 3x-\cos^2 3x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

90. Решите неравенство $\log_{0,2}\left(x^2+x-9\right)\leqslant\log_{0,2}x$.

91. Найдите все корни уравнения $\sin^2 x-5\sin x+4=0$.

92. Найдите все корни уравнения $\cos^2 x-3\cos x+2=0$.

93. Упростите выражение $\left(\dfrac{x^2+y^2}{xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{3}{2}}}-\dfrac{x+y}{y^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot xy^{-1}$.

94. Упростите выражение $\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^{\frac{3}{2}}+ab^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right):\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}$.

95. Вычислите значение выражения $\dfrac{2\lg 2-\lg 12}{\lg 18+\lg 0,5}$.

96. Решите уравнение $\lg(3-x)+\lg(2-x)=\lg 2$.

97. Решите уравнение $\log_2(4-x)+\log_2(3-x)=\log_2 6$.

98. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10 см и образует с основанием угол, синус которого равен $\dfrac{3}{5}$. Найдите объем цилиндра.

99. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 13 см и образует с основанием угол, синус которого равен $\dfrac{12}{13}$. Найдите объем цилиндра.

100. Решите уравнение $\log_{0,25}(2x-1)=\log_{0,25}(x^2+x-3)$.

101. Решите уравнение $\log_{0,3}(x^2-4x-5)=\log_{0,3}(7-3x)$.

102. Решите уравнение $\cos 6x-\cos 4x=0$.

103. Решите уравнение $\cos 8x-\cos 6x=0$.

104. Для функции $f(x)=5^{x^2-9}$ найдите все значения аргумента, при которых $f(x)\geqslant 1$.

105. Для функции $f(x)=7^{x^2-4}$ найдите все значения аргумента, при которых $f(x)\leqslant 1$.

106. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $y=3\cdot 2^{x+1}+2^{x+3}$ расположен не ниже прямой $y=56$.

107. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $y=2\cdot 3^{x+1}+3^{x+2}$ расположен не выше прямой $y=45$.

108. Цилиндр с высотой 8 см и радиусом основания, равным $\sqrt{20}$ см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

109. Цилиндр с высотой 8 см и радиусом основания, равным 5 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

110. Решите неравенство $5^{x+1}-5^x \geqslant 100$.

111. Решите неравенство $10^{3x^2-9x} > 0,000001$.

112. Решите неравенство $10^{2x^2+6x} < 0,0001$.

113. Из функций $f(x)=x^2;\ g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x;\ h(x)=3^x$ выберите возрастающую показательную функцию и постройте её график.

114. Из функций $f(x)=x^3;\ g(x)=0,5^x;\ h(x)=4^x$ выберите убывающую показательную функцию и постройте её график.

115. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \lg x+2\lg y=3, \\ 2\lg x-\lg y=6. \end{cases}$$

116. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\lg x+\lg y=1, \\ \lg x-2\lg y=8. \end{cases}$$

117. Решите уравнение $\sqrt{x+4}=x+2$.

118. Решите уравнение $\sqrt{x+8}=x-4$.

119. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=3-\frac{8}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=-2$.

120. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=6-\frac{10}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=-1$.

121. Решите уравнение $\log_5(x-1)=\log_5(x^2+2x-7)$.

122. Решите уравнение $\log_2(x^2+5x)=\log_2(2x+4)$.

123. Найдите значение выражения $2\cdot\sqrt[3]{17}\cdot\sqrt{17\sqrt[3]{17}}$.

124. Найдите значение выражения $3\cdot\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt{15\sqrt[3]{15}}$.