

1. Решите уравнение $2\sin^2 x - 2\cos^2 x - \sqrt{3} = 0$.
2. Решите уравнение $2\sin^2 x - 2\cos^2 x - \sqrt{2} = 0$.
3. Решите неравенство $4^{-(1-x)^2} \leq 0,5^{3x+2}$.
4. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{-(4-5x)^2} \geq 9^{2x+8}$.
5. Решите уравнение $8\sin^2 x + 6\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 9$.
6. Решите уравнение $6\cos^2 x + 5\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 7$.
7. Решите неравенство: $\log_{0,4}(x^2 + x - 4) \leq \log_{0,4} x$.
8. Решите неравенство: $\log_{0,6}(x^2 + x - 10) \leq \log_{0,6}(x - 1)$.
9. Найдите область определения выражения: $\sqrt{6-x} + \frac{1}{\log_2(x-1)}$.
10. Найдите область определения выражения: $\frac{x}{\sqrt{x-4}} + \lg(6-x)$.
11. Решите уравнение: $\sin^2 x - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2$.
12. Решите уравнение: $\cos^2 x - \sin(x + 0,5\pi) = 2$.
13. Решите уравнение: $\sqrt{2x^2 - 5x + 1} = x - 1$.
14. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$.
15. Решите уравнение: $\sqrt{25-x} + \sqrt{x} = 5$.
16. Решите уравнение: $\sqrt{16-x} + \sqrt{x} = 4$.
17. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 36} = \sqrt{2x - 1}$.
18. Решите уравнение: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{x^2 - 16}$.

19. Вычислите: $\sin\left(\operatorname{arccotg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$.
20. Вычислите: $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.
21. Решите уравнение: $1 + \cos x = 2\sin^2 x$.
22. Решите уравнение: $2\cos^2 x = 1 - \sin x$.
23. Решите уравнение: $\left(\frac{1}{8}\right)^{x-4} = 64^{2x^2+2}$.
24. Решите уравнение: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-3x} = 125^{3-x}$.
25. Решите неравенство: $81^x \geq \frac{1}{3} \cdot 27^{2x-1}$.
26. Решите неравенство: $16^x \leq 0,5 \cdot 8^{2x+3}$.
27. Упростите выражение: $\sqrt{0,36ac^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{1}{125}\sqrt[4]{a^3} \cdot c\right)^{-\frac{1}{3}}$.
28. Упростите выражение: $\sqrt[3]{0,027a^2c} \cdot \left(\frac{1}{25}ac^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$.
29. Решите систему уравнений: $\begin{cases} \log_3 x + 2\log_3 y = 3, \\ 2\log_3 x - \log_3 y = 6. \end{cases}$
30. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2\log_5 x + \log_5 y = 1, \\ \log_5 x - 2\log_5 y = 8. \end{cases}$
31. Решите уравнение $2\sqrt{x+5} = x + 2$.
32. Решите уравнение: $x - 1 = \sqrt{x+5}$.

33. Решите неравенство: $3^{\frac{x-2}{x}} < 3$.
34. Решите неравенство: $2^{\frac{x-3}{x}} > 2$.
35. Найдите $\sin x$, если $\sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ и $90^\circ < \frac{x}{2} < 180^\circ$.
36. Найдите $\cos x$, если $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ и $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.
37. Вычислите: $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} \cdot \cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sin \frac{4\pi}{3}$.
38. Вычислите: $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} \cdot \cos \frac{13\pi}{6} \cdot \sin \frac{4\pi}{3}$.
39. Решите уравнение: $\sqrt[4]{x^4 + x^2 + 2x - 3} = x$.
40. Решите уравнение: $\sqrt[6]{x^6 + x^2 - x - 2} = x$.
41. Решите уравнение: $3 \cdot 25^x - 14 \cdot 5^x - 5 = 0$
42. Решите уравнение: $8 \cdot 4^x - 15 \cdot 2^x - 2 = 0$
43. Найдите область определения функции: $y = \frac{x}{3^{x-1} - 3^x + 6}$.
44. Найдите область определения функции: $y = \frac{x-5}{5^{x+1} - 5^x - 4}$.
45. Найдите значение выражения: $\log_{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} 30^\circ + \log_{\frac{1}{2}} \cos 30^\circ$.
46. Найдите значение выражения: $\log_2 \operatorname{ctg} 60^\circ + \log_2 \sin 60^\circ$.
47. Решите уравнение: $\sin^2 x = 1 - \cos x$.
48. Решите уравнение: $\cos^2 x = 1 - \sin x$.
49. Вычислите $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$ и α — угол IV четверти.
50. Вычислите $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и α — угол II четверти.

51. Найдите область определения функции $y = 2\sqrt{\frac{7x+3}{2x-1}}$.
52. Найдите область определения функции $y = 3\sqrt{\frac{4x-3}{2x+5}}$.
53. Решите уравнение $\frac{x+6}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{3x+2}$.
54. Решите уравнение $\frac{x+1}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{x-1}$.
55. Решите уравнение $2^x - 2^{4-x} = 15$.
56. Решите уравнение $3^x + 3^{3-x} = 12$.
57. Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - 5 = 4 \operatorname{tg} x$.
58. Решите уравнение $\cos^2 x + 3 = 4 \cos x$.
59. Решите уравнение $\sqrt{6-4x-x^2} - x = 4$.
60. Решите уравнение $\sqrt{2x^2+8x+7} - 2 = x$.
61. Решите уравнение $\sqrt{x^2+x-3} = \sqrt{1-2x}$.
62. Решите уравнение $\sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{1-x}$.
63. Решите уравнение $\sin x + \sin 0,5x = 0$.
64. Решите уравнение $\sin x - \cos 0,5x = 0$.
65. Найдите значение выражения $12^{\frac{1}{1+\log_3 4}}$.
66. Найдите значение выражения $18^{\frac{1}{1+\log_9 2}}$.
67. Решите уравнение $\log_{0,4}(x^2+x-4) = \log_{0,4} x$.
68. Решите уравнение $\lg(x^2+x-10) = \lg(x-1)$.

69. Найдите, при каких значениях переменной верно равенство $\cos(\pi + x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$.

70. Найдите, при каких значениях переменной верно равенство: $\sin(3\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$.

71. Найдите объем конуса, полученного в результате вращения вокруг большего катета прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной $2\sqrt{6}$ см, и углом 30° .

72. Найдите объем конуса, полученного в результате вращения вокруг меньшего катета прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной $4\sqrt{6}$ см, и углом 60° .

73. Высота правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол в 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

74. Высота правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол в 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

75. Площадь сечения шара плоскостью равна 80π см². Секущая плоскость удалена от центра шара на 8 см. Найдите площадь шара.

76. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

77. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x - 2x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

78. Решите уравнение $16^x = \frac{1}{2} \cdot 8^{2x+3}$.

79. Найдите абсциссы точек пересечения графика функции $f(x) = 2\sin^2 x - 2\cos^2 x - \sqrt{3}$ с осью абсцисс.

80. Найдите абсциссы точек пересечения графика функции $f(x) = 2\sin^2 x - 2\cos^2 x - \sqrt{2}$ с осью абсцисс.

81. Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin x = 2$.

82. Решите уравнение $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \cos x = 2$.

83. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 3 см, а двугранный угол при ребре основания равен 45° .

84. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, высота пирамиды равна $\sqrt{13}$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

85. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12 см, высота пирамиды равна $2\sqrt{22}$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

86. Найдите площадь полной поверхности конуса, у которого угол при основании осевого сечения равен 60° , а образующая равна 12 м.

87. Найдите площадь полной поверхности конуса, у которого угол при вершине осевого сечения равен 60° , а образующая равна 6 м.

88. Решите неравенство $20^{x+1} > 5^{2x} \cdot 2^{4x}$.

89. Решите неравенство $12^{x-2} < 3^{2x} \cdot 2^{6x}$.

90. Решите неравенство $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 \leq 0$.

91. Решите неравенство $81^x - 9^x - 72 \leq 0$.

92. Известно, что α и β — углы четвертой четверти и $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, $\sin \beta = -\frac{4}{5}$. Найдите $\sin(\alpha + \beta)$.

93. Известно, что α и β — углы второй четверти и $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{5}{13}$. Найдите $\sin(\alpha - \beta)$.

94. Решите неравенство $3^{\frac{x^2-12}{x}} < 3$.

95. Решите неравенство $7^{\frac{x^2-6}{x}} > 7$.

96. Решите неравенство $\log_6 \frac{7-2x}{x+4} < 0$.

97. Решите неравенство $\log_4 \frac{9-2x}{x+3} < 0$.

98. Вычислите: $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} \cdot \cos \frac{13\pi}{6} \cdot \sin \frac{7\pi}{6}$.

99. Найдите значение выражения $\frac{\operatorname{ctg} 261^\circ + \operatorname{tg} 201^\circ}{1 + \operatorname{ctg} 81^\circ \operatorname{ctg}(-69^\circ)}$.

100. Решите уравнение $\sqrt[4]{x-3} + 12 = \sqrt{x-3}$.

101. Решите уравнение $\sqrt[4]{x-2} + 20 = \sqrt{x-2}$.

102. Высота правильной треугольной пирамиды равна 3 см, а боковая грань наклонена к основанию под углом, равным $\arctg 3$. Найдите объём пирамиды.

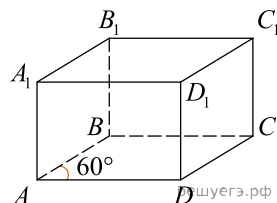
103. Треугольник ABC — прямоугольный ($\angle C = 90^\circ$); $AB = 8$ см. Точка K удалена на расстояние, равное 5 см, от каждой вершины треугольника. Найдите угол между прямой KC и плоскостью ABC .

104. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна 12 см, а двугранный угол при ребре основания равен 60° . Найдите объём пирамиды.

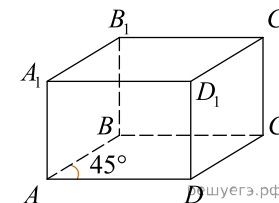
105. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ плоскостью DBK и найдите его площадь, если известно, что каждое ребро пирамиды равно 6 см и точка K является серединой ребра PC .

106. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ и плоскостью ACM и найдите его площадь, если известно, что каждое ребро пирамиды равно 4 см и точка M является серединой ребра BP .

107. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 3 см и 4 см, а угол между ними 60° . Площадь боковой поверхности этого параллелепипеда равна $15\sqrt{3}$ см². Найдите объём параллелепипеда.



108. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 4 см и 5 см, а угол между ними 45° . Площадь боковой поверхности этого параллелепипеда равна $20\sqrt{2}$ см². Найдите объём параллелепипеда.



109. Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC , длины которых относятся 10 см и $8\sqrt{2}$ см. Найдите расстояние от точки A до плоскости α , если проекции наклонных на эту плоскость относятся как 3 : 4.

110. Найдите все решения неравенства $6^{\frac{x+5}{x^2-9}} \geq 1$.

111. Найдите все решения неравенства $5^{\frac{x^2-4}{x-1}} \leq 1$.

112. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Длина трехзвенной незамкнутой пространственной ломаной $ABB_1 D$ равна $12 + 6\sqrt{3}$. Найдите объём многогранника $B_1 D D_1 C_1 C$.

113. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Длина трехзвенной незамкнутой пространственной ломаной $CDD_1 B$ равна $18 + 9\sqrt{3}$. Найдите объём многогранника $A_1 B_1 C_1 D_1 C$.